引文格式:曹超,刘志强,王虎,等.PPP相位模糊度ILS与BIE估计算法性能比较与分析[J].武汉大学学报(信息科学版),2025,50(10):2025-2034.DOI:10.13203/j.whugis20230117

Citation: CAO Chao, LIU Zhiqiang, WANG Hu, et al. Performance Comparison and Analysis of ILS and BIE Algorithms for PPP with Phase Ambiguity Resolution[J].Geomatics and Information Science of Wuhan University,2025,50(10):2025-2034.DOI:10.13203/j.whugis20230117

PPP相位模糊度ILS与BIE估计算法性能比较与分析

曹 超[1] 刘志强[1,2] 王 虎[3] 宋佳明[1]

1 河海大学地球科学与工程学院,江苏 南京,210098

2 河海大学智能感知技术创新研究院,山东 潍坊,261105

3 中国测绘科学研究院,北京,100830

摘 要:基于整数最小二乘(integer least squares, ILS)估计的精密单点定位(precise point positioning, PPP)模糊度解算需要进行整数检验,任何漏检和误报均可能导致模糊度固定错误。采用最优整数等变(best integer equivariant, BIE)估计无须进行检验,且其解在所有整数估计类中具有最小均方误差性质。选取全球分布的100个国际全球导航卫星系统服务测站实测数据,分别采取BIE估计、ILS全模糊度固定及部分模糊度固定(partial ambiguity resolution, PAR)解算策略,对不同解算模式下仿动态PPP模糊度固定(PPP with ambiguity resolution, PPP-AR)定位性能进行了对比分析。结果表明,在PPP模糊度估计模型强度相对较弱、收敛精度受限阶段,采用传统ILS算法存在较高AR错误风险,而基于模糊度整数候选解加权融合的BIE最小均方误差解更为稳定,能有效抑制定位解的跳跃。与ILS-PAR解算策略相比,BIE能显著提升PPP-AR收敛速度;在70%与90%分位数下,BIE相较ILS-PAR解算的平面和高程分量收敛时间分别缩短18.8%、13.8%与24.3%、15.9%。在定位精度方面,BIE较ILS-FAR解算结果有明显改善,平面和高程分量精度分别提升43.3%、15.3%(90%分位数),仅略优于ILS-PAR。

关键词:PPP;AR;ILS;BIE估计;定位性能

中图分类号:P228 **文献标识码**:A **收稿日期**:2023-07-08

DOI:10.13203/j.whugis20230117 **文章编号**:1671-8860(2025)10-2025-10

Performance Comparison and Analysis of ILS and BIE Algorithms for PPP with Phase Ambiguity Resolution

CAO Chao[1] *LIU Zhiqiang*[1,2] *WANG Hu*[3] *SONG Jiaming*[1]

1 School of Earth Sciences and Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China

2 Intelligent Sensing Technology Innovation Research Institute, Hohai University, Weifang 261105, China

3 Chinese Academy of Surveying and Mapping, Beijing 100830, China

Abstract: **Objectives**: Precise point positioning (PPP) based on integer least squares (ILS) requires the integer testing procedure during which any missed or false test result may lead to incorrect ambiguity fixing. While adopting the best integer equivariant (BIE) estimation scheme, it does not require integer testing anymore and can obtain ambiguity solutions with the property of minimum mean square error in all integer estimation classes. **Methods**: Using the observation data of 100 international global navigation satellite system service stations distributed globally, the simulated kinematic PPP with ambiguity resolution (PPP-AR) performance is evaluated and compared under different processing strategies, namely BIE estimation, full ambiguity resolution, and partial ambiguity resolution (PAR). **Results**: The results show that in the stage

基金项目:国家自然科学基金(41604018,42274044)。

第一作者:曹超,硕士,主要从事PPP-RTK及其完好性监测研究。caochao_1999@163.com

通信作者:刘志强,博士,副教授。zhiqiangliu@hhu.edu.cn

where the strength of the PPP ambiguity estimation model is relatively weak and the convergence precision of estimated ambiguities is limited, traditional ILS algorithm will bring a higher risk of false ambiguity fixing, while the minimum mean square error solution of BIE based on the weighted fusion of ambiguity integer candidate solutions is more stable and can effectively suppress the PPP solution jump caused by abnormal estimation result. **Conclusions**: Compared with the ILS-PAR solution strategy, BIE can significantly improve the convergence speed of PPP-AR. Under the 70% and 90% percentiles, the convergence time of horizontal and vertical components is further reduced by 18.8%, 13.8%, and 24.3%, 15.9% respectively. Moreover, BIE clearly outperforms ILS-FAR improving the positioning accuracy by 43.3% and 15.3% in the horizontal and vertical components respectively (under 90% quantile), which is only slightly better than ILS-PAR.

Key words: PPP; AR; ILS; BIE estimation; positioning performance

精密单点定位(precise point positioning, PPP)技术可以提供低成本、灵活高效的精准位置服务,然而收敛时间过长一直是限制其广泛应用的突出问题。已有研究表明,PPP相位模糊度的快速可靠固定是进一步缩短收敛时间及提高定位精度的有效途径之一[1-3]。

在部分快速与实时定位场景中,受观测历元卫星星座结构弱、新星升起、周跳或观测数据中断导致的滤波重启、观测数据质量差等因素影响,全模糊度固定(full ambiguity resolution, FAR)方法的成功率往往过低。为进一步提高模糊度固定成功率,有学者提出了部分模糊度固定(partial ambiguity resolution, PAR)算法,改善了PPP模糊度固定(PPP with ambiguity resolution, PPP-AR)定位性能[4-7]。文献[5]利用降相关模糊度的自举法成功率是否达到阈值来筛选子集,成功率检验达标后进行下一步比率值检验;当同时满足成功率与比率两项检验的阈值后,执行固定解,否则保留浮点解。文献[4-6]在进行窄巷模糊度子集的选择时,充分考虑了自举法成功率与比率指标,但前者的使用范围仍存在一定程度的限制。文献[7]提出了一种质量控制与施密特正交化相结合的PAR方法,将贝叶斯后验概率和比率相结合作为模糊度子集选择的指标,较文献[4-6]的子集选择方法的性能有显著改善。

近年来,部分学者尝试将最优整数等变(best integer equivariant, BIE)引入到实时动态定位(real-time kinematic, RTK)AR中[8-11],结果表明,采用BIE估计相比传统基于整数最小二乘(integer least squares, ILS)的固定方法可以进一步改善定位结果。文献[12]将BIE用于PPP模糊度估计,能有效缩短PPP收敛时间。从已有相关文献来看,与传统ILS-FAR、ILS-PAR相比,BIE估计对PPP-AR性能提升是否具有显著优势仍有待进一步研究。本文对比分析了ILS与BIE AR策略,并基于全球分布的100个国际全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)服务(international GNSS service, IGS)测站实测数据,在仿动态模式下对不同解算模式PPP-AR的收敛时间及定位精度进行了详细评估。

1 相位模糊度ILS算法

1.1 模糊度ILS估计模型

采用消电离层组合(ionospheric-free, IF)观测时,一般将IF浮点模糊度分解为宽巷(wide lane, WL)模糊度和窄巷(narrow lane, NL)模糊度的线性组合依次进行固定:

$$\hat{N}^s_{r,\mathrm{IF}}=\left(\frac{cf_2}{f_1^2-f_2^2}\hat{N}^s_{r,\mathrm{WL}}+\frac{c}{f_1+f_2}\hat{N}^s_{r,\mathrm{NL}}\right)/\lambda_{\mathrm{IF}} \tag{1}$$

式中,$\hat{N}^s_{r,\mathrm{IF}}$为IF浮点模糊度;$\hat{N}^s_{r,\mathrm{WL}}$、$\hat{N}^s_{r,\mathrm{NL}}$分别为浮点WL、NL模糊度;$\lambda_{\mathrm{IF}}$为消电离层组合波长;$s$为卫星;$r$为接收机;$f_i$为频率;$c$为光速。$\hat{N}^s_{r,\mathrm{WL}}$一般采用Melbourne-Wübbena组合进行历元平滑取得[13-14],即:

$$\hat{N}^s_{r,\mathrm{WL}}=\left(\frac{f_1L^s_{r,1}-f_2L^s_{r,2}}{f_1-f_2}-\frac{f_1P^s_{r,1}-f_2P^s_{r,2}}{f_1+f_2}\right)/\lambda_{\mathrm{WL}} \tag{2}$$

式中,$L^s_{r,i}$、$P^s_{r,i}$分别为载波相位和伪距观测值;λ_{WL}为WL模糊度波长。式(2)中的卫星端硬件延迟可利用原始观测值的绝对伪距与载波相位偏差进行改正,对于接收机端硬件延迟影响,通常采用星间单差的方法消除。对同一系统内的卫星构建单差WL模糊度组合,并全部尝试取整固定。成功固定的组合通过式(3)形成对应的浮点单差NL模糊度:

$$\hat{N}^s_{r,\mathrm{NL}}=\frac{\lambda_{\mathrm{IF}}(f_1+f_2)\hat{N}^s_{r,\mathrm{IF}}}{c}-\frac{f_2N^s_{r,\mathrm{WL}}}{f_1-f_2} \tag{3}$$

根据浮点单差NL模糊度的方差大小进行升序排序，并使用Kruskal算法选取独立的单差组合[15]。基于ILS估计的单差NL模糊度最优解可表示为$\check{\boldsymbol{a}}_{\mathrm{ILS}}$：

$$\check{\boldsymbol{a}}_{\mathrm{ILS}}=\arg\min_{\boldsymbol{a}\in\mathbf{Z}^n}(\hat{\boldsymbol{a}}-\boldsymbol{a})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\hat{a}\hat{a}}^{-1}(\hat{\boldsymbol{a}}-\boldsymbol{a}) \tag{4}$$

式中，$\boldsymbol{a}$为模糊度整数解；$\hat{\boldsymbol{a}}$为模糊度浮点解；$\boldsymbol{Q}_{\hat{a}\hat{a}}$为模糊度浮点解的方差-协方差阵。

1.2　单差 NL AR 方法

1.2.1　FAR

经过§1.1得到独立的单差NL浮点模糊度向量后，可进行FAR。对全部模糊度进行最小二乘模糊度降相关平差（least-square ambiguity decorrelation adjustment，LAMBDA），获得最优解和次优解，并进行比率检验[16]。如果通过检验，采纳固定解，否则保留浮点解。值得注意的是，LAMBDA方法较易受低精度浮点解模糊度的影响，尤其在初始收敛阶段以及观测条件较差或估计模型强度较弱弧段，其AR成功率常会出现较大起伏，从而影响用户终端定位性能。

1.2.2　PAR

为了改善FAR场景适应性差的缺陷，一些学者提出了PAR策略，即通过调整子集继续尝试LAMBDA解。传统PAR方法一般根据方差从小到大排序依次剔除最大方差的模糊度[6]，但依照该子集删减方式可能会忽略一部分子集组合，从而有可能造成AR率的下降。

为弥补上述缺陷，本文采取了文献[7]中的删减策略：假设当前历元有n个候选模糊度，每轮任意删除k（$k=0,1,\cdots,n-4$）个模糊度，当k为0时，当前轮的方案数为1，当k为1时，当前轮的方案数则为n，依此类推。对当前轮的所有模糊度子集进行LAMBDA求解，并对最大比率值的子集进行检验，如果满足，则采纳该固定解，否则进入下一轮。如果要删除的模糊度数量大于$n-4$，则仅保留浮点解。

针对PAR高维模糊度剔除卫星较多导致模糊度估计效率较低问题，在预处理阶段，首先通过设定较高截止高度角、最小弧段长等条件筛选观测条件较好的卫星参与AR；在单差WL与NL AR前，可采用限制浮点模糊度与最近整数之差（如小于0.15周[17]）、按浮点单差NL模糊度中误差大小排序等策略进行一定比例剔除。经上述预处理的独立单差NL组合进行LAMBDA固定时，PAR算法可进一步限制模糊度最大剔除个数（如2～3个[7]）并依次遍历原模糊度集合。如果通过检验，则执行固定解；否则保留浮点解。

2　BIE 算法及模糊度解算策略比较

2.1　BIE 算法

将BIE估计引入到PPP模糊度解算中，其数学模型可表述为[8,18]：

$$E(\boldsymbol{y})=\boldsymbol{A}\boldsymbol{a}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{b} \tag{5}$$

式中，$E(\ )$表示取期望；$\boldsymbol{y}$为载波相位与伪距观测向量；$\boldsymbol{a}$为未知整周模糊度向量；$\boldsymbol{b}$为未知实参数向量；$\boldsymbol{A}$和$\boldsymbol{B}$分别为对应的系数矩阵。

假设相位模糊度浮点解服从正态分布，对于给定的模糊度浮点解$\hat{\boldsymbol{a}}$及其方差-协方差矩阵$\boldsymbol{Q}_{\hat{a}\hat{a}}$，采用BIE估计得到的模糊度估值可表示为：

$$\hat{\boldsymbol{a}}_{\mathrm{BIE}}=\sum_{\boldsymbol{z}\in\mathbf{Z}^n}\boldsymbol{z}\frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\|\hat{\boldsymbol{a}}-\boldsymbol{z}\|^2_{\boldsymbol{Q}_{\hat{a}\hat{a}}}\right)}{\sum_{\boldsymbol{z}\in\mathbf{Z}^n}\exp\left(-\frac{1}{2}\|\hat{\boldsymbol{a}}-\boldsymbol{z}\|^2_{\boldsymbol{Q}_{\hat{a}\hat{a}}}\right)} \tag{6}$$

式中，$\hat{\boldsymbol{a}}_{\mathrm{BIE}}$为BIE估计值；$\boldsymbol{z}$为$n$维模糊度空间$\boldsymbol{Z}^n$中的任意一组整数向量。

式(6)理论上是对n维空间中的无限个整数向量进行加权求和，这在实际计算中无法实现，需进行一定的简化。文献[8]指出利用有限整数集$S(\hat{\boldsymbol{a}})$代替$\boldsymbol{Z}^n$，可仍然保持其整数等变性质，于是式(6)可改写为：

$$\hat{\boldsymbol{a}}_{\mathrm{BIE}}=\sum_{\boldsymbol{z}\in S(\hat{a})}\boldsymbol{z}\frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\|\hat{\boldsymbol{a}}-\boldsymbol{z}\|^2_{\boldsymbol{Q}_{\hat{a}\hat{a}}}\right)}{\sum_{\boldsymbol{z}\in S(\hat{a})}\exp\left(-\frac{1}{2}\|\hat{\boldsymbol{a}}-\boldsymbol{z}\|^2_{\boldsymbol{Q}_{\hat{a}\hat{a}}}\right)} \tag{7}$$

文献[18]进一步给出了$S(\hat{\boldsymbol{a}})$空间的表征方法，即：

$$S(\hat{\boldsymbol{a}})=\left\{\boldsymbol{z}\in\mathbf{Z}^n\middle|\|\hat{\boldsymbol{a}}-\boldsymbol{z}\|^2_{\boldsymbol{Q}_{\hat{a}\hat{a}}}<\lambda^2\right\} \tag{8}$$

式中，λ^2决定了模糊度搜索空间的大小，该值可由给定的显著性水平α下χ^2分布确定。一般情况下，α和阈值λ^2的关系可表示为：

$$P\left(\|\hat{\boldsymbol{a}}-\boldsymbol{a}\|^2_{\boldsymbol{Q}_{\hat{a}\hat{a}}}<\lambda^2\right)=1-\alpha \tag{9}$$

式中，$P(\ )$表示事件发生的概率；$\|\hat{\boldsymbol{a}}-\boldsymbol{a}\|^2_{\boldsymbol{Q}_{\hat{a}\hat{a}}}$服从自由度为$n$的中心$\chi^2$分布。

2.2　PPP 相位模糊度 BIE 与 ILS 解算策略比较

采用ILS-FAR、ILS-PAR及BIE估计进行PPP-AR的解算流程及相互关系，如图1所示。ILS-FAR可得到两种解：当最优整数候选解通过检验时采纳固定解，否则保留浮点解。然而，任何检验都存在漏检和误报的风险，尤其是在浮点

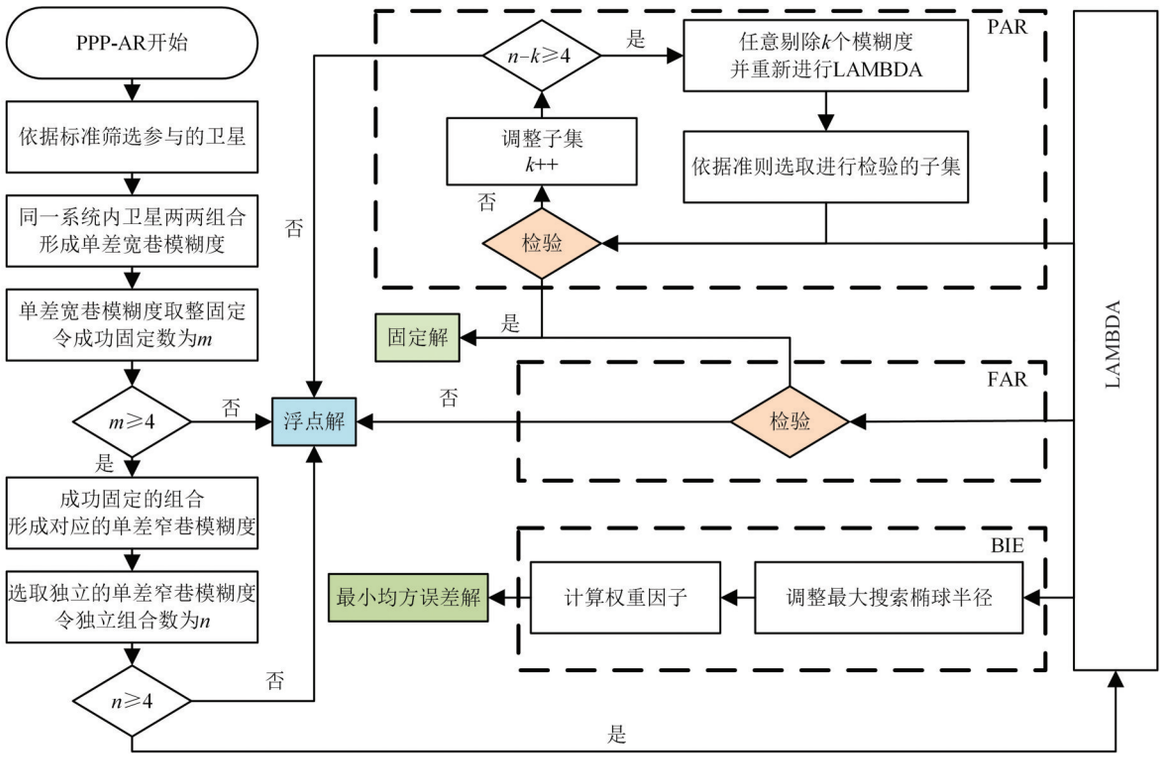


图1 不同PPP-AR解算策略流程图

Fig. 1 Flowchart of Different PPP-AR Strategies

模糊度还未完全收敛的情况下,可能导致AR错误。例如,在观测环境较差,可见卫星频繁变换及周跳、数据中断引起的滤波重启初始化等情况下,采取FAR直接进行整数检验的固定成功率一般较低。PAR方法通过删减单差NL组合,可以消除问题卫星对模糊度解算的不利影响。该策略虽能一定程度提高AR的成功率,但仍存在两方面问题:首先,模糊度子集选择的最优准则及其场景适应性仍有待进一步研究[4-7];其次,PAR直接删除低精度的卫星组合,实际上降低了观测数据的有效利用率,在观测条件较为不利、可见星数量及几何结构较差的情况下,其定位可用性会被限制。

整数估计与线性估计均属于整数等变估计的特例,因此BIE估计的均方误差理论上应小于ILS估计和浮点解的均方误差最小二乘估计量[8]。在BIE估计中,某个整数候选解的后验概率为其二次型与固定大小空间内所有整数候选解的二次型之和的比值,一般将其作为该整数候选解的权重因子。当最优整数候选解的后验概率较高甚至趋近于1时,BIE估计量与ILS解比较接近,反之则与模糊度浮点解比较接近。在最优整数候选解的后验概率较低时,传统方法可能会固定错误,而BIE则是基于后验概率确定的权重因子求取加权融合解。因此,在实际复杂场景应用中BIE相对传统ILS估计可能更具优势。

3 BIE与ILS算法性能评估与分析

3.1 实验方案

基于全球分布的100个IGS测站(见图2),获取2022年年积日(day of year, DOY)121—127连续7 d实测数据,在仿动态模式下进行PPP-AR定位对比实验。

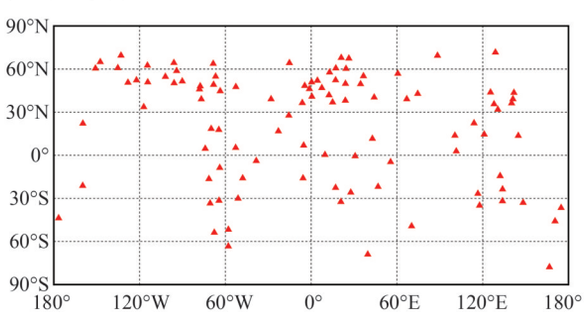


图2 实验选取的IGS测站分布

Fig. 2 Distribution of Selected IGS Stations for Experiments

设计4种相位模糊度解算方案,即IF浮点解(IF-float)、ILS-FAR、ILS-PAR、BIE估计。其中,ILS-FAR和ILS-PAR均采用比率检验(阈值设为3.0);BIE估计显著性水平α取1×10^{-9}。PPP-AR相关解算参数设置及处理策略见表1。

表 1　PPP-AR 解算策略

Table 1　PPP-AR Strategy

参数	策略
浮点解算截止高度角/(°)	7
模糊度解算截止高度角/(°)	15
数据采样率/s	30
卫星轨道与钟差	德国地学研究中心快速精密轨道钟差产品
卫星硬件延迟校正产品	德国地学研究中心快速绝对伪距与相位偏差产品
差分码偏差产品	中国科学院差分码偏差产品[19]
观测值定权	高度角定权 先验中误差：伪距 0.3 m、相位 3 mm
卫星与接收机天线相位中心改正	igs14.atx
接收机坐标	白噪声
接收机钟差	白噪声
电离层延迟	IF 组合观测值
对流层延迟	Sasstamoinen 模型＋随机游走
相位模糊度	常数(连续弧段)
参数估计方法	Kalman 滤波

3.2　收敛时间

选取测站 POAL(51.120°W，30.074°S)2022 年 DOY 127 在 4 种模式下进行仿动态 PPP 解算，其收敛过程及北向(north，N)、东向(east，E)、垂向(up，U)定位偏差如图 3 所示。为比较各模糊度解算方案在不同观测时段的性能，滤波按每 3 h 重启一次。以 IGS 公布的测站单天解坐标为参考真值，当 PPP 定位结果的三维偏差绝对值连续 10 min 均小于 10 cm 时，则认为滤波收敛。整体来看，在滤波每次重启后的收敛阶段，ILS-FAR 的 AR 成功率较低，在收敛时间上虽比 IF-float 方案略有缩短，但定位结果十分不稳定，跳跃现象出现频次较高。ILS-PAR 解相对 ILS-FAR 能进一步提高 AR 成功率，且平面和高程分量的收敛时间均明显缩短，但受部分相位模糊度估值精度较低及整数检验局限性的影响，其仍会发生 AR 错误、定位解跳跃的现象。综合来看，BIE 的定位结果是 4 种方案中最稳定的，在大部分的时段中收敛最快，并且定位解跳跃的散点相对 ILS-PAR 更少。值得注意的是，3 时至 6 时时段各方案在约 5 时 10 分后均逐渐出现发散；从观测数据看，5 时 10 分至 5 时 30 分时段 9 颗可见星中有 5 颗均处于低高度角区间(10.5°～26.4°)；5 时 30 分至 6 时时段有 3 颗新星升起(高度角 7.1°～13.6°)、2 颗卫星下降至截止高度角 7°以下，以上时段卫星可见数、几何构形及信号质量均明显变差，各 PPP 解算方案均失效发散。该场景下可进一步通过多系统观测值组合改善定位结果[20-21]。

4 种解算方案的 PPP 仿动态解各天在平面和高程分量上的收敛时间如图 4 所示。可以看出，相对于 IF-float，ILS-FAR、ILS-PAR 和 BIE 的收敛时间依次呈阶梯式下降。BIE 定位解平面分量的收敛时间在 4 种方案中为最短，平均收敛时间为 14.3 min(70% 分位数)、26.9 min(90% 分位数)；对比高程分量结果，在 70% 分位数下，ILS-FAR 与 ILS-PAR 的收敛时间差异不大，而 BIE 则对收敛速度改善明显，在不同分位数下各天统计值均为最小。ILS-FAR、ILS-PAR 与 BIE 这 3 种 PPP-AR 解高程分量的平均收敛时间依次为 19.2 min、17.2 min、13.9 min(70% 分位数)与 34.9 min、30.6 min、26.6 min(90% 分位数)。

图 5 进一步给出了不同分位数下所有 100 个 IGS 测站仿动态 PPP 平面和高程分量定位偏差统计曲线，其计算过程如下：首先以第 1 个历元为例，将该历元全部测站所有 3 h 时段 PPP 解取绝对值排序，然后取分位数所得，其他历元以此类推。在不同分位数下，平面和高程分量收敛时间及对应每次重启 2 h 后的定位偏差均方根(root mean square，RMS)均列于表 2。结果表明，在 70% 分位数下，BIE 相比 IF-float 与 ILS-FAR 方案在平面分量的收敛时间有显著改善，分别缩短 67.1% 与 39.5%，而相比 ILS-PAR 解略有提升，仅缩短 18.8%。在 90% 分位数下，ILS-PAR 比 IF-float、IF-FAR 方案分别缩短 52.7%、38.8%，而 BIE 在 4 种方案中表现最优，其收敛时间比 ILS-PAR 方案进一步减少 24.3%。对于高程分量，采用不同模糊度固定策略均能有效缩短定位偏差收敛时间，其中 BIE 方案相比 ILS-PAR 解收

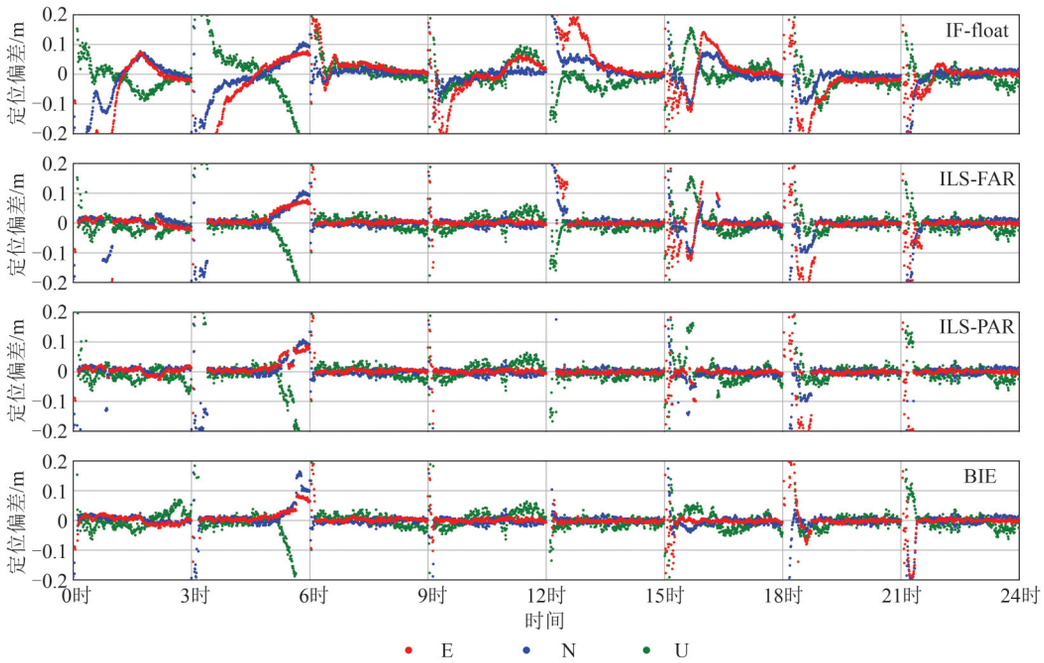


图3 不同方案PPP仿动态解定位偏差(2022年DOY 127,测站POAL)

Fig. 3 PPP Simulated Dynamic Solutions with Different Schemes (DOY 127, 2022, POAL Station)

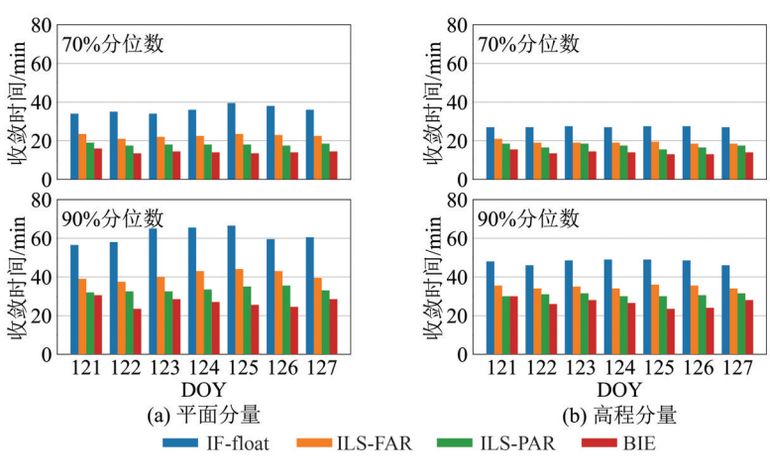


图4 不同方案PPP仿动态解平面和高程分量各天收敛时间统计

Fig. 4 Statistics of Convergence Time for PPP Simulated Dynamic Solutions with Different Schemes in Horizontal and Vertical Components of Each Day

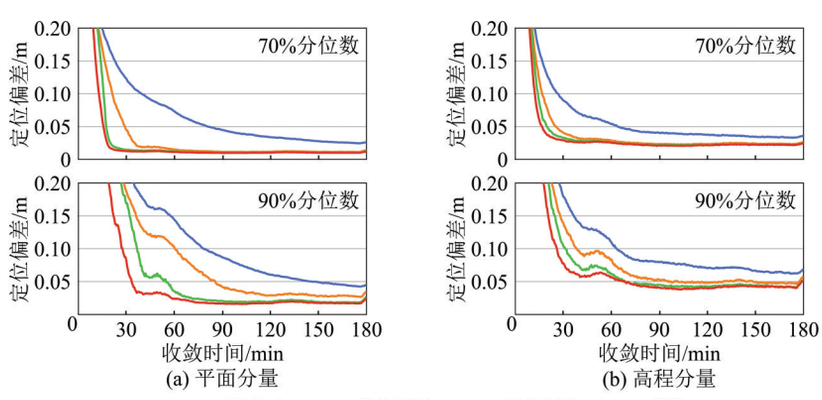


图5 不同分位数下平面和高程分量PPP定位偏差统计

Fig. 5 Statistics of Convergence Positioning Biases of PPP in Horizontal and Vertical Components Under Different Percentiles

表 2　不同分位数下平面和高程分量收敛时间与定位精度统计

Table 2　Statistics of PPP Positioning Accuracy and Convergence Time in Horizontal and Vertical Components Under Different Percentiles

方案	平面分量				高程分量			
	收敛时间/min		RMS/cm		收敛时间/min		RMS/cm	
	70% 分位数	90% 分位数	70% 分位数	90% 分位数	70% 分位数	90% 分位数	70% 分位数	90% 分位数
IF-float	39.5	78.5	2.85	5.02	27.0	63.5	3.51	6.72
ILS-FAR	21.5	60.5	1.18	2.91	17.0	38.5	2.41	4.93
ILS-PAR	16.0	37.0	1.07	1.98	14.5	31.5	2.27	4.38
BIE	13.0	28.0	1.04	1.80	12.5	26.5	2.23	4.22

敛速度进一步提升 13.8%（70% 分位数）、15.9%（90% 分位数）。4 种模式 PPP 仿动态解的三维方向收敛时间频率分布如图 6 所示。可以看出，BIE 方案的收敛时间的频率分布相对更为密集。其中，在 8～14 min 内定位精度收敛的占比达到 45.7%，远高于方案 IF-float（7.7%）、ILS-FAR（25.7%）与 ILS-PAR（34.0%）；在 20～60 min 区间的占比亦为最低（19.8%）。

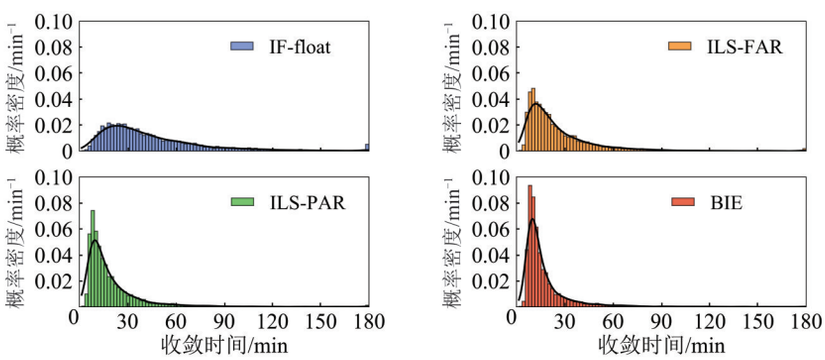


图 6　4 种 PPP 仿动态解的 3D 收敛时间频率分布

Fig. 6　Frequency Distribution of 3D Convergence Time for 4 Types of PPP Simulated Dynamic Solutions

3.3　定位精度

图 7 给出了测站 SEYG（55.531°E，4.679°S）在 2022 年 DOY 121 4 种模式下仿动态 PPP 解的收敛过程及定位偏差结果。在模糊度初始收敛阶段，BIE 在三维定位精度上明显优于 IF-float 和 ILS-FAR，相对 ILS-PAR 也有一定的改善，这与§3.2 测站 POAL 滤波每 3 h 重启一次的解算结果基本一致；而在滤波收敛后，方案 BIE 与 ILS-FAR、ILS-PAR 相比，定位精度并未明显提高。

为了充分对比不同 PPP 仿动态解收敛后定位精度，对所有 100 个 IGS 站一周数据每隔 3 h 滤波进行重启，并统计重启 2 h 后的 3D 定位偏差 RMS，结果如图 8 所示。可以看出，3 种不同模糊度固定策略获得的 PPP-AR 解相对 PPP 浮点解均有明显的改善。在 70% 分位数下，BIE 与 ILS-PAR 的定位精度并无明显差异，但相对 ILS-FAR 均有所提升；在 90% 分位数下，BIE 的定位精度要略优于 ILS-PAR，而且二者相对于 ILS-FAR 均有明显优势，其中平面分量精度分别提高 43.3%（1.4 cm）、36.1%（1.1 cm），高程分量精度分别提高 15.3%（0.8 cm）、13.9%（0.7 cm）。值得注意的是，在 DOY 123、DOY 124 及 DOY 127，BIE 平面分量定位精度（90% 分位数）均明显优于 ILS-PAR，这一定程度上说明 BIE 加权融合解在相同观测条件下较 ILS-PAR 要更为稳定。

采用 4 种 PPP 解算方案对某特大跨径斜拉桥 300 m 超高索塔动态 GNSS 监测数据进行处理，数据采集时段为 2022-09-20，其中 10 时至 12 时 30 分桥面发生严重交通拥堵，北索塔发生明显的沿桥轴纵向（南向）偏位。各方案 PPP 解算的索塔监测点动态位移值分别与高精度商业软件 GrafNav 事后差分解进行对比，结果如图 9、表 3 所示。GrafNav 8.90 支持动态 AR（kinematic AR，KAR），并分别进行正向和反向滤波后输出综合最优解，因而可作为本文实验中 PPP 动态定位精度评估的参考值。

可以看出，在 PPP 初始收敛阶段，由于模糊度固定率较低，ILS-FAR 解算位移与 IF-float 结果几乎重合，ILS-PAR 则频繁出现定位解跳跃现象，而 BIE 对后验概率较低的整数候选解赋予较

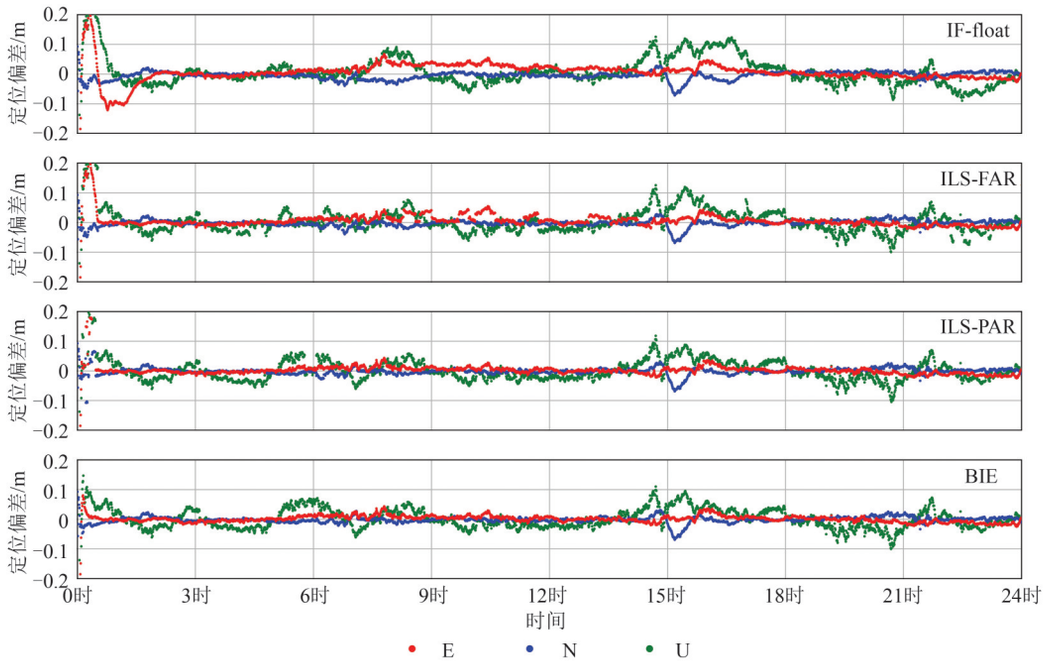


图7 4种解算方案24 h PPP仿动态解定位偏差曲线(2022年DOY 121,测站SEYG)

Fig. 7 Positioning Bias Curve of 24-h PPP Simulated Dynamic Solutions with 4 Types of Calculation Schemes (DOY 121, 2022, SEYG Station)

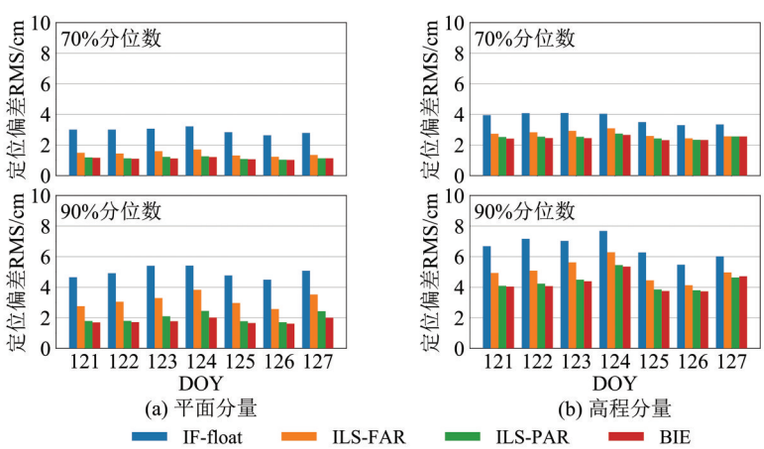


图8 平面和高程分量各天收敛后定位精度

Fig. 8 Positiong Accuracy After Convergence in Horizontal and Vertical Components of Each Day

小权重,其加权融合解的定位偏差和收敛时间均明显小于以上3种方案。PPP浮点解收敛后,IF-float与ILS-FAR在高程分量上的表现明显较差,其中8时30分至10时期间ILS-FAR多次出现定位解的大幅跳变;IF-PAR和BIE的定位性能相对更稳健,二者收敛后动态PPP解与事后差分解均较为吻合(互差RMS约1~3 cm),其中BIE平面分量偏差RMS相对略小;顾及GrafNav事后差分解自身的解算误差,可以认为在ILS-PAR固定成功率较高时,BIE与ILS-PAR的定位精度相当。

4 结 语

传统基于ILS的PPP-AR一般通过整数检验方法确定是否采纳整数固定解。在PPP观测条件不利的情况下,FAR整数检验通过率一般较低;尽管PAR通过删减整数模糊度候选解可以提升AR成功率,但对于模糊度子集的合理选择、观测数据的有效利用及如何避免整数AR错误风险方面仍面临诸多挑战。BIE在整数估计均方误差最小准则下根据整数候选解的后验概率不断调整权重因子,获得的加权融合解无须进行整数检验,可以为复杂场景应用中提供一种相对稳健、适应性更强的PPP-AR解决方案。基于全球IGS站实测数据,在仿动态模式下详细对比了BIE与IF-float、ILS-FAR及ILS-PAR解算方案的PPP定位性能。实验结果表明,BIE能显著改善PPP-

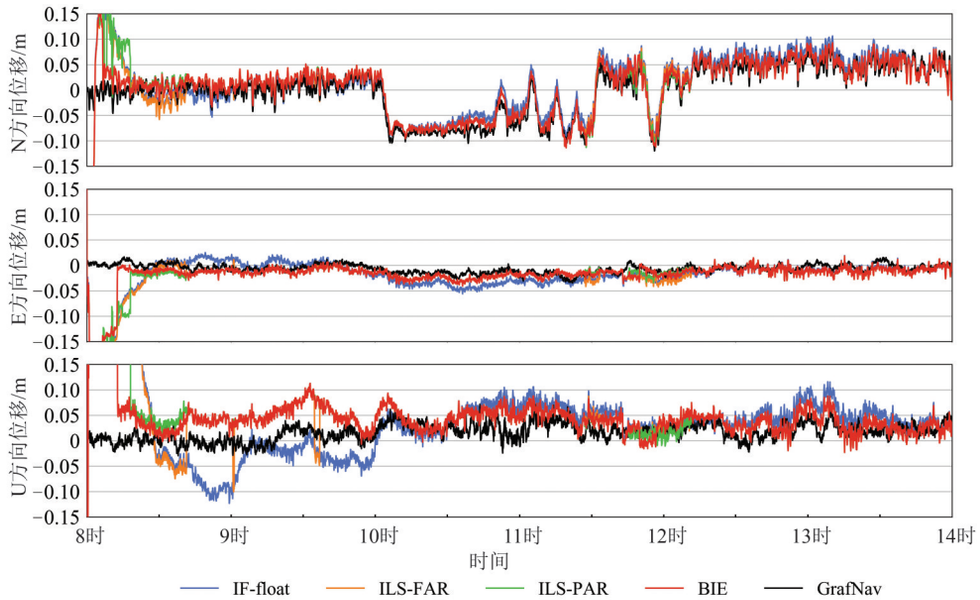


图 9　PPP 与事后差分方案解算北索塔监测点动态位移对比 (2022-09-20)

Fig. 9　Comparison of Dynamic Displacement of North Cable Tower Monitoring Point Calculated by PPP and Post-Processing Difference Solution (2022-09-20)

表 3　不同方案 PPP 与事后差分动态定位解互差统计

Table 3　Statistics of Difference Between PPP and Post-Processing Difference Dynamic Positioning Solutions with Different Schemes

分量	方案	收敛时间/min	收敛后定位偏差 RMS/cm
N	IF-float	12.9	1.98
	ILS-FAR	12.4	1.61
	ILS-PAR	16.3	1.35
	BIE	6.7	1.27
E	IF-float	14.2	1.74
	ILS-FAR	14.3	1.50
	ILS-PAR	18.2	1.04
	BIE	12.6	1.02
U	IF-float	25.1	4.03
	ILS-FAR	24.1	3.32
	ILS-PAR	18.2	3.28
	BIE	12.8	3.28

AR 收敛速度，平面和高程分量收敛时间在 4 种方案中均为最短，其中在 8～14 min 内收敛时段占比达到 45.7%，远高于另外 3 种方案；在 70% 与 90% 分位数条件下，BIE 相对 ILS-PAR 的平面和高程分量收敛后定位精度改善并不显著，但二者相对于 ILS-FAR 均有明显优势；滤波每间隔 3 h 重启收敛后的定位结果偏差统计结果表明，BIE 加权融合解较 ILS-PAR 要更为稳定。

参　考　文　献

[1] GE M, GENDT G, ROTHACHER M, et al. Resolution of GPS Carrier-Phase Ambiguities in Precise Point Positioning (PPP) with Daily Observations [J]. *Journal of Geodesy*, 2008, 82(7): 389-399.

[2] LAURICHESSE D, MERCIER F, BERTHIAS J P, et al. Integer Ambiguity Resolution on Undifferenced GPS Phase Measurements and Its Application to PPP and Satellite Precise Orbit Determination [J]. *Navigation*, 2009, 56(2): 135-149.

[3] COLLINS P, BISNATH S, LAHAYE F, et al. Undifferenced GPS Ambiguity Resolution Using the Decoupled Clock Model and Ambiguity Datum Fixing[J]. *Navigation*, 2010, 57(2): 123-135.

[4] WANG J, FENG Y M. Reliability of Partial Ambiguity Fixing with Multiple GNSS Constellations[J]. *Journal of Geodesy*, 2013, 87(1): 1-14.

[5] LI P, ZHANG X H. Precise Point Positioning with Partial Ambiguity Fixing [J]. *Sensors*, 2015, 15(6): 13627-13643.

[6] 舒宝，刘晖，张晋升，等. 基于 BDS/GPS 组合定位的部分模糊度固定效果分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版)，2017，42(7)：989-994.
SHU Bao, LIU Hui, ZHANG Jinsheng, et al. Performance Assessment of Partial Ambiguity Resolution Based on BDS/GPS Combined Positioning[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2017, 42(7): 989-994.

[7] 闫忠宝，张小红. GNSS 非组合 PPP 部分模糊度固定方法与结果分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版)，2022，47(6)：979-989.
YAN Zhongbao, ZHANG Xiaohong. Partial Ambi-

guity Resolution Method and Results Analysis for GNSS Uncombined PPP[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(6): 979-989.

[8] TEUNISSEN P J G. Theory of Integer Equivariant Estimation with Application to GNSS[J]. *Journal of Geodesy*, 2003, 77(7): 402-410.

[9] 杜祯强, 柴洪洲, 潘宗鹏, 等. 针对消电离层组合FCB的非组合PPP部分模糊度固定方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2021, 46(6): 913-919.
DU Zhenqiang, CHAI Hongzhou, PAN Zongpeng, et al. Partial Ambiguity Resolution Method for Uncombined PPP Using Ionosphere-Free Combined FCB[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2021, 46(6): 913-919.

[10] MA L Y, LOU Y D, LU L G, et al. GNSS Best Integer Equivariant Estimation Combining with Integer Least Squares Estimation: An Integrated Ambiguity Resolution Method with Optimal Integer Aperture Test[J]. *GPS Solutions*, 2022, 26(4): 100.

[11] ODOLINSKI R, TEUNISSEN P J G. Best Integer Equivariant Estimation: Performance Analysis Using Real Data Collected by Low-Cost, Single- and Dual-Frequency, Multi-GNSS Receivers for Short- to Long-Baseline RTK Positioning[J]. *Journal of Geodesy*, 2020, 94(9): 91.

[12] DUONG V, HARIMA K, CHOY S, et al. GNSS Best Integer Equivariant Estimation Using Multivariant T-Distribution: A Case Study for Precise Point Positioning[J]. *Journal of Geodesy*, 2021, 95(1): 10.

[13] MELBOURNE W G. The Case for Ranging in GPS-Based Geodetic Systems[C]//The First International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System, Rockville, Maryland, 1985.

[14] WEI M, SCHWARZ K P. Fast Ambiguity Resolution Using an Integer Nonlinear Programming Method[C]//The 8th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, Palm Springs, California, 1995.

[15] 阮仁桂. SPODS软件GPS/GNSS网解的模糊度解算方法[J]. 测绘学报, 2015, 44(2): 128-134.
RUAN Rengui. Ambiguity Resolution for GPS/GNSS Network Solution with SPODS[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2015, 44(2): 128-134.

[16] TEUNISSEN P J G, VERHAGEN S. The GNSS Ambiguity Ratio-Test Revisited: A Better Way of Using It[J]. *Survey Review*, 2009, 41(312): 138-151.

[17] GENG J H, CHEN X Y, PAN Y X, et al. PRIDE PPP-AR: An Open-Source Software for GPS PPP Ambiguity Resolution[J]. *GPS Solutions*, 2019, 23(4): 91.

[18] TEUNISSEN P. On the Computation of the Best Integer Equivariant Estimator[J]. *Artificial Satellites*, 2005, 40(3): 161-171.

[19] WANG N B, YUAN Y B, LI Z S, et al. Determination of Differential Code Biases with Multi-GNSS Observations[J]. *Journal of Geodesy*, 2016, 90(3): 209-228.

[20] 李盼. GNSS精密单点定位模糊度快速固定技术和方法研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2016.
LI Pan. Research on Methodology of Rapid Ambiguity Resolution for GNSS Precise Point Positioning[D]. Wuhan: Wuhan University, 2016.

[21] 曹新运, 沈飞, 李建成, 等. BDS-3/GNSS非组合精密单点定位[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(1): 92-100.
CAO Xinyun, SHEN Fei, LI Jiancheng, et al. BDS-3/GNSS Uncombined Precise Point Positioning[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48(1): 92-100.